

Doğru çizim algoritmaları

Tahir Emre KALAYCI

Bilgisayar Grafikleri

Gündem

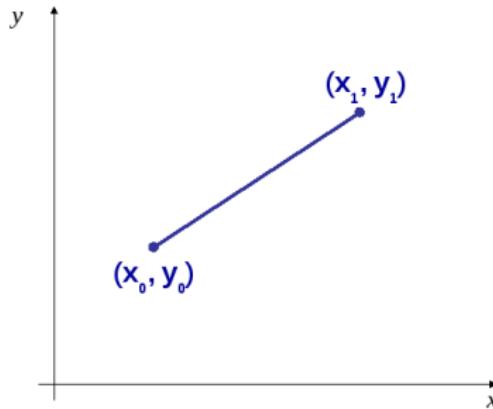
- 1 Rasterization
- 2 Doğru çizme
 - Doğru denklemleri
 - Doğru çizmek neden zordur?
- 3 Algoritmalar
 - Eğimden yararlanarak çizme
 - DDA (Digital Differential Analyzer)
 - Bresenham doğru algoritması
- 4 OpenGL Kodu

Rasterization

- Elimizde vektörel grafik bilgileri var
- Ancak ekran piksel bilgileriyle çalışıyor
- Vektörel grafik bilgilerini piksel bilgilerine çevirmemiz gerekiyor
- Bu işleme rasterization deniliyor
- (Pikselleştirme olarak çevrilebilir)

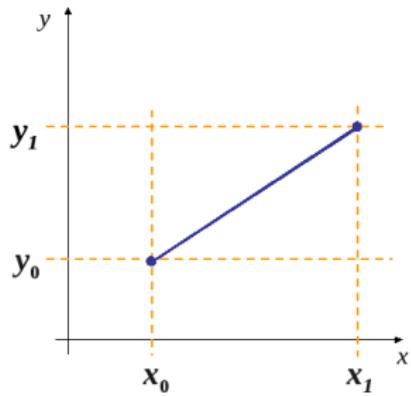
Doğru çizme

- “Doğru” bilgisayarda başlangıç ve bitiş noktalarıyla temsil edilmektedir
- Bu noktaların koordinat bilgileri (x, y) şeklinde saklanır



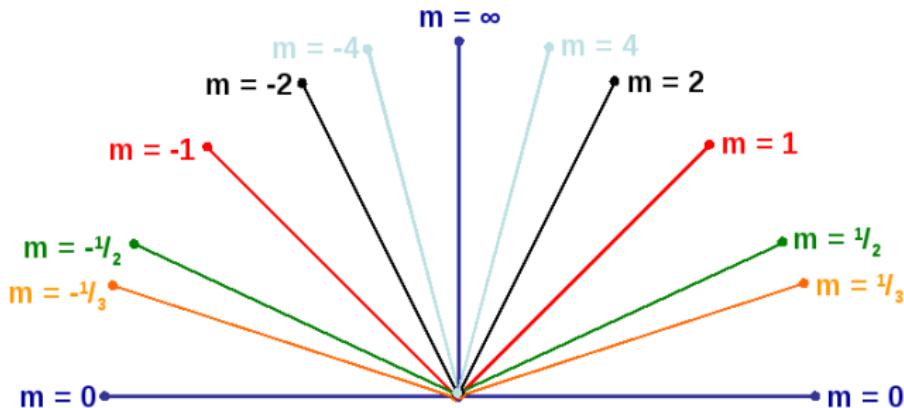
Doğru denklemleri

- Genel doğru denklemimiz
$$y = m \cdot x + b$$
- Doğrunun başlangıç ve bitiş noktaları: $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$
- Eğimin bulunması $m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$
- b 'nin bulunması $b = y_0 - m \cdot x_0$



Doğru eğimi

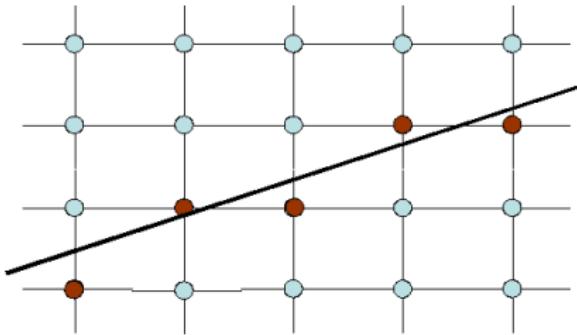
- Doğru eğimi m
- Aşağıdaki resimde farklı eğimli doğrular görüyorsunuz



Doğru çizmek neden zordur?

Doğru çizmek neden zordur?

- Ekran piksellerden oluşmaktadır
- Pikseller tamsayıdır
- Elimizdeki doğru bilgilerini rasterize edip piksellere çevirmemiz sonucunda tamsayı sonuçlar elde ederiz

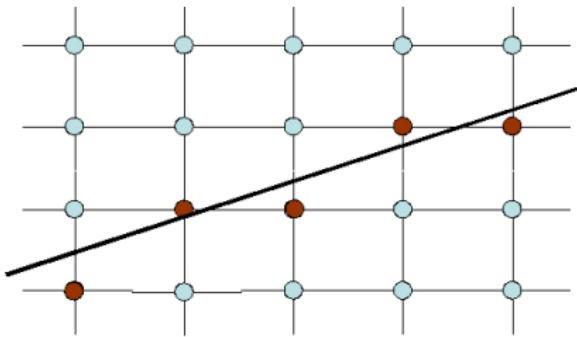
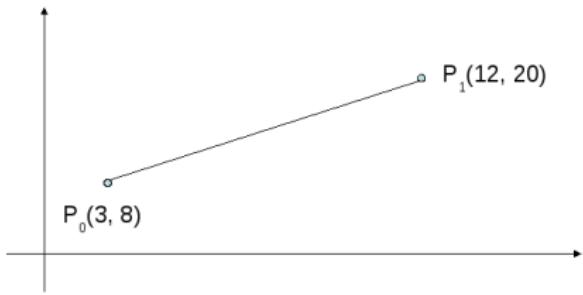


Eğimden yararlanarak çizme

- Eğim bilgisini kullanarak başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki ara noktaları bulabiliriz
- $m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$ x değerini sabit olarak 1 arttırken y değerini hesaplarız
- $\Delta x = 1$
- $\Delta y = m\Delta x$
- $x_{n+1} = x_n + \Delta x$
- $y_{n+1} = y_n + \Delta y$
- Bu hesaplamalar yeterli midir?

Eğimden yararlanarak çizme

Sorunu görebildiniz mi?



DDA (Digital Differential Analyzer)

- Arttırımsal bir yöntemdir
- Bir sonraki değeri o anki değere göre hesaplar
- Temelinde eğimden yararlanma yatar
- $|m| < 1$
 - $x_{n+1} = x_n + 1$
 - $y_{n+1} = y_n + m$
- $|m| > 1$
 - $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{m}$
 - $y_{n+1} = y_n + 1$

DDA (Digital Differential Analyzer)

- Doğrumuzun başlangıç ve bitiş noktalarıyla başlıyoruz (x_0, y_0) , (x_1, y_1)
- İlk pikseli boyuyoruz (başlangıç noktasına en yakın tamsayı)
- $|m| < 1$ varsayıyalım $(x_1 - x_0 > y_1 - y_0)$
 - $x_1 - x_0$ adım olacaktır
- $x = x_0$ ve $y = y_0$ atamalarını yapıyoruz
- Her adımda
 - x' i $\frac{(x_1 - x_0)}{adimsayisi}$ kadar arttırıyoruz
 - y' i $\frac{(y_1 - y_0)}{adimsayisi}$ kadar arttırıyoruz
- Her adımda x ve y değerlerini en yakın tamsayıya yuvarlayarak boyuyoruz

DDA (Digital Differential Analyzer)

```
1 #include <stdlib.h>
2 #include <math.h>
3
4 inline int round (const float a) { return int (a + 0.5); }
5
6 void lineDDA(int x0, int y0, int xEnd, int yEnd){
7     int dx = xEnd - x0, dy = yEnd - y0, steps, k;
8     float xIncrement, yIncrement, x = x0, y = y0;
9
10    if (fabs(dx) > fabs(dy))
11        steps = fabs (dx);
12    else
13        steps = fabs (dy);
14
15    xIncrement = float (dx) / float (steps);
16    yIncrement = float (dy) / float (steps);
17
18    setPixel ( round (x), round (y));
19    for (k = 0; k < steps ; k++) {
20        x += xIncrement;
21        y += yIncrement;
22        setPixel (round (x), round (y));
23    }
24}
```

- Her adımda 4 kayan noktalı işlem var
- Her adımda 2 tamsayı işlem var
- Unutmayın kayan noktalı işlemler ve yuvarlama işlemleri maliyetlidir!

DDA (Digital Differential Analyzer)

Noktalar = (2,3) (12,8)

adımsayısı = $12 - 2 = 10$

xIncrement = $10/10 = 1.0$

yIncrement = $5/10 = 0.5$

k	x	y	R(x)	R(y)
0	2	3	2	3
1	3	3.5	3	4
2	4	4	4	4
3	5	4.5	5	5
4	6	5	6	5
5	7	5.5	7	6
6	8	6	8	6
7	9	6.5	9	7
8	10	7	10	7
9	11	7.5	11	8
10	12	8	12	8

- (2, 3),
(12, 8)
- (2, 2),
(7, 5)
- (2, 7),
(3, 2)

Bresenham doğru algoritması

- Sadece arttırımsal tamsayı işlemleri kullanır
- Hesaplanan ideal y değeri ile buna yakın piksellere uzaklık değerini kullanır ($|m| < 1$)
- Sağa doğru pikselleri boyarken, yukarıdaki veya aşağıdaki piksellerden uygun olanını seçmeye dayanır

Bresenham doğru algoritması

- 1 İki noktayı alır ve başlangıç noktasını (soldaki nokta) (x_0, y_0) olarak saklarız
- 2 Rengi ayarlar ve ilk pikseli $((x_0, y_0))$ boyarız
- 3 $\Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x$ sabitlerini hesaplar, karar parametresini hesaplarız:
 - $p_0 = 2\Delta y - \Delta x$
- 4 Doğru üzerindeki her x_k ($k = 0$ ile başlıyor) değeri için aşağıdaki testi uygularız.
 - Eğer $p_k < 0$ ise, bir sonraki nokta $(x_k + 1, y_k)$ ve $p_{k+1} = p_k + 2\Delta y$
 - Değilse, sonraki nokta $(x_k + 1, y_k + 1)$ ve $p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x$
- 5 4. adımı $\Delta x - 1$ kere tekrarlarız

Bresenham doğru algoritması

```
1 #include <stdlib.h>
2 #include <math.h>
3
4 /* Bresenham line-drawing procedure for |m| < 1.0 */
5
6 void lineBres(int x0, int y0, int xEnd, int yEnd){
7     int dx = fabs(xEnd - x0), dy = fabs(yEnd - y0);
8     int p = 2 * dy - dx;
9     int twoDy = 2 * dy, twoDyMinusDx = 2 * (dy - dx);
10    int x, y;
11
12    /* Determine which end point to use as start position*/
13    if (x0 > xEnd) {
14        x = xEnd;
15        y = yEnd;
16        xEnd = x0;
17    }
18    else {
19        x = x0;
20        y = y0;
21    }
22    setPixel(x, y);
23
24    while (x < xEnd) {
25        x++;
26        if (p < 0)
27            p += twoDy;
28        else {
29            y++;
30            p += twoDyMinusDx;
31        }
32        setPixel(x, y);
33    }
34}
```

- Her adımda 0 kayan noktalı işlem var
- Her adımda 3 veya 4 tamsayı işlem var

Bresenham doğru algoritması

$$dx = 12 - 2 = 10$$

$$2dy = 10$$

$$dy = 8 - 3 = 5$$

$$2dy - 2dx = -10$$

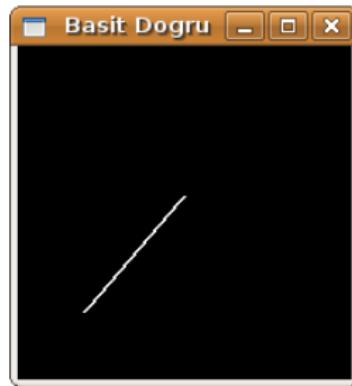
$$p_0 = 2dy - dx = 0$$

k	p	P(x)	P(y)
0	0	2	3
1	-10	3	4
2	0	4	4
3	-10	5	5
4	0	6	5
5	-10	7	6
6	0	8	6
7	-10	9	7
8	0	10	7
9	-10	11	8
10	0	12	8

- (2, 3),
(12, 8)
- (2, 2),
(7, 5)
- (2, 7),
(3, 2)

OpenGL kodu

```
glLineWidth(2);
glBegin(GL_LINES);
    glVertex3f( 0.0f, 1.0f, -1.0f);
    glVertex3f(-6.0f,-6.0f, -1.0f);
glEnd();
```



Kaynaklar

- Hearn and Baker, Computer Graphics with OpenGL
- <http://www.comp.dit.ie/bmacnamee/materials/graphics/2006-2007Lectures/Graphics5-ScanConvertingLines.ppt>
- http://www.cs.sjsu.edu/teoh/teaching/previous/cs116a_fa07/lecture10.pdf
- http://www.compapp.dcu.ie/bmc-caul/CA433/raster_graphics.ppt
- <http://www-graphics.stanford.edu/courses/cs248-04/scan/scan1.html>
- <http://www.cs.sfu.ca/torsten/Teaching/Cmpt361/LectureNotes/PDFs/Ch10.pdf>